

$$(x^2+5x+4)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$$

Отметим ОДЗ.

$$\begin{cases} x^2+5x+2 \geq 0 \\ -2+x^2+5x \geq 0 \\ 9(x^2+5x+2) = (-2+x^2+5x)^2 \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$9(x^2+5x+2) = (-2+x^2+5x)^2$$

$$9(x^2+5x+2) - (x^2+5x-2)^2 = 0$$

Произведем замену переменных.

$$t = x^2 + 5x$$

$$9(t+2) - (t-2)^2 = 0$$

$$9(t+2) - (t^2 - 4t + 4) = 0$$

$$-t^2 + 13t + 14 = 0$$

$$t^2 - 13t - 14 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 225$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{13-15}{2 \cdot 1} = -1 ;$$

$$t_2 = \frac{13+15}{2 \cdot 1} = 14$$

Случай 1.

$$x^2+5x=-1$$

$$x^2+5x+1=0$$

$$D=b^2-4ac=5^2-4\cdot 1\cdot 1=21$$

$$x_1=\frac{-5-\sqrt{21}}{2\cdot 1}=\frac{-5-\sqrt{21}}{2};$$

$$x_2=\frac{-5+\sqrt{21}}{2\cdot 1}=\frac{-5+\sqrt{21}}{2}$$

Случай 2.

$$x^2+5x=14$$

$$x^2+5x-14=0$$

$$D=b^2-4ac=5^2-4\cdot 1\cdot (-14)=81$$

$$x_1=\frac{-5-9}{2\cdot 1}=-7;$$

$$x_2=\frac{-5+9}{2\cdot 1}=2$$

Теперь решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1.

$$\begin{cases} x^2+5x+2\geq 0 \\ -2+x^2+5x\geq 0 \\ x=-7 \end{cases} \quad \begin{cases} 16\geq 0 \\ 12\geq 0 \\ x=-7 \end{cases}$$

$$x=-7$$

Случай 2.

$$\begin{cases} x^2+5x+2 \geq 0 \\ -2+x^2+5x \geq 0 \\ x = \frac{-5-\sqrt{21}}{2} \end{cases} \begin{cases} -3 \geq 0 \\ x = \frac{-5-\sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

нет решений

Случай 3.

$$\begin{cases} x^2+5x+2 \geq 0 \\ -2+x^2+5x \geq 0 \\ x = \frac{-5+\sqrt{21}}{2} \end{cases} \begin{cases} -3 \geq 0 \\ x = \frac{-5+\sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

нет решений

Случай 4.

$$\begin{cases} x^2+5x+2 \geq 0 \\ -2+x^2+5x \geq 0 \\ x=2 \end{cases} \begin{cases} 2^2+5 \cdot 2+2 \geq 0 \\ -2+2^2+5 \cdot 2 \geq 0 \\ x=2 \end{cases} \begin{cases} 16 \geq 0 \\ 12 \geq 0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$x=2$$

Ответ:

x
-7
2