Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на данном промежутке (314—316):

314. а) $f(x) = 2\sin x + \cos 2x$, $[0; \pi]$;

Свое наибольшее и наименьшее значения функция принимает в тех точках, где производная равна нулю. Находим производную

$$f'(x) = (2\sin x + \cos 2x)' = 2\cos x - 2\sin 2x$$

Приравниваем ее к нулю и решаем уравнение

$$2\cos x - 2\sin 2x = 0$$

$$\cos x - \sin 2x = 0$$

$$\cos x - 2\sin x\cos x = 0$$

$$\cos x\,(1 - 2\sin x) = 0$$

1) $\cos x = 0$

Данному отрезку принадлежит одно решение

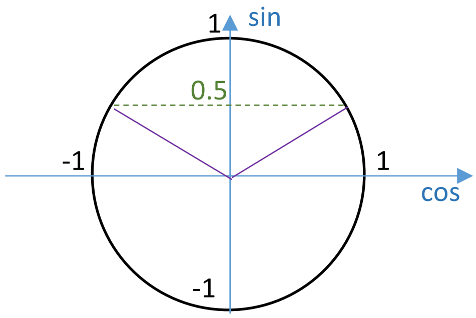
$$x = \frac{\pi}{2}$$

2) $1 - 2\sin x = 0$

$$\sin x = 0.5$$

Данному отрезку принадлежат два решения

$$x_1 = \frac{\pi}{6}; \qquad x_2 = \frac{5\pi}{6}$$



Находим значения функции в найденных точках
и на границах отрезка

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2sin\frac{\pi}{2} + \cos\pi = 2 - 1 = 1$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3} = 1 + 0{,}5 = 1{,}5$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 2sin\frac{5\pi}{6} + \cos\frac{5\pi}{3} = 1 + 0{,}5 = 1{,}5$$

$$f(0) = 2\sin 0 + \cos 0 = 0 + 1 = 1$$

$$f(\pi) = 2\sin\pi + \cos 2\pi = 0 + 1 = 1$$

Среди найденных значений выбираем наибольшее и наименьшее

$$f_{min} = 1; \qquad f_{max} = 1{,}5$$

Ответ: $f_{min} = 1$; $\quad f_{max} = 1{,}5$

в) $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 2,\quad [-1; 2];$

Находим производную

$$f'(x) = (x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 2)' = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 = 5x^2(x^2 - 4x + 3)$$

Приравниваем ее к нулю и решаем уравнение

$$5x^2(x^2 - 4x + 3) = 0$$

1) $5x^2 = 0; \quad x = 0;$

2) $x^2 - 4x + 3 = 0;$

$$D = \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3} = \sqrt{4} = 2$$

$$x_1 = \frac{4-2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{4+2}{2} = 3$$

Первый корень принадлежит заданному отрезку, а второй – нет. Находим значения функции в найденных точках и на границах отрезка

$$f(0) = 0 - 0 + 2 = 2$$

$$f(1) = 1 - 5 + 5 + 2 = 3$$

$$f(-1) = -1 - 5 - 5 + 2 = -9$$

$$f(2) = 32 - 5 \cdot 16 + 5 \cdot 8 + 2 = -6$$

Среди найденных значений выбираем наибольшее и наименьшее

$$f_{min} = -9; \quad f_{max} = 3$$

Ответ: $f_{min} = -9; \quad f_{max} = 3$

г) $f(x) = 2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3$, $[-2; 2]$.

Находим производную

$$f'(x) = (2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3)' = 10x^4 + 20x^3 - 30x^2 = 10x^2(x^2 + 2x - 3)$$

Приравниваем ее к нулю и решаем уравнение

$$10x^2(x^2 + 2x - 3) = 0$$

1) $10x^2 = 0; \quad x = 0;$

2) $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$D = \sqrt{2^2 - 4(-3)} = 4$$

$$x_1 = \frac{-2 - 4}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

Первый корень не принадлежит рассматриваемому отрезку, второй – принадлежит. Находим значения функции в найденных точках и на границах отрезка

$$f(0) = 3$$

$$f(1) = 2 + 5 - 10 + 3 = 0$$

$$f(-2) = -2 \cdot 32 + 5 \cdot 16 + 10 \cdot 8 + 3 = 99$$

$$f(2) = 2 \cdot 32 + 5 \cdot 16 - 10 \cdot 8 + 3 = 67$$

Среди найденных значений выбираем наибольшее и наименьшее

$$f_{min} = 0; \quad f_{max} = 99$$

Ответ: $f_{min} = 0; \quad f_{max} = 99$