

$$\frac{x}{4x-3} < \frac{1}{x}$$

$$\frac{x}{4x-3} - \frac{1}{x} < 0$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} 4x-3 \neq 0 & (1) \\ x \neq 0 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{x^2}{(4x-3)x} - \frac{4x-3}{x(4x-3)} < 0$$

$$\frac{x^2 - (4x-3)}{(4x-3)x} < 0$$

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{(4x-3)x} < 0$$

Решаем вспомогательные уравнения.

$$(1) x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(2) 4x - 3 = 0$$

$$(3) x = 0$$

Уравнение 1 .

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{4-2}{2 \cdot 1} = 1; x_2 = \frac{4+2}{2 \cdot 1} = 3$$

Уравнение 2 .

$$4x - 3 = 0$$

$$4x=3$$

$$x=3:4$$

$$x=0,75$$

Уравнение 3 .

$$x=0$$

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < 0$.

Пусть $x = -1$

$$\frac{(-1)^2 - 4(-1) + 3}{(4(-1) - 3)(-1)} = \frac{8}{(-7)(-1)} > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $0 < x < 0,75$.

Пусть $x = 0,1$

$$\frac{0,1^2 - 4 \cdot 0,1 + 3}{(4 \cdot 0,1 - 3)0,1} = \frac{2,61}{(-2,6)0,1} < 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $0,75 < x < 1$.

Пусть $x = 0,8$

$$\frac{0,8^2 - 4 \cdot 0,8 + 3}{(4 \cdot 0,8 - 3)0,8} = \frac{0,44}{0,2 \cdot 0,8} > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 4 : $1 < x < 3$.

Пусть $x = 2$

$$\frac{2^2 - 4 \cdot 2 + 3}{(4 \cdot 2 - 3)2} = \frac{-1}{5 \cdot 2} < 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 5 : $3 < x$.

Пусть $x = 4$

$$\frac{4^2 - 4 \cdot 4 + 3}{(4 \cdot 4 - 3)4} = \frac{3}{13 \cdot 4} > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$



ответ: $0 < x < 0,75; 1 < x < 3$.

$$\frac{x}{(x+1)(x-8)} < 0$$

Отметим ОДЗ.

$$\begin{cases} x+1 \neq 0 & (1) \\ x-8 \neq 0 & (2) \end{cases}$$

вспомогательные уравнения.

(1) $x=0$

(2) $x+1=0$

(3) $x-8=0$

Уравнение 1 .

$$x=0$$

Уравнение 2 .

$$x+1=0$$

$$x=-1$$

Уравнение 3 .

$$x-8=0$$

$$x=8$$

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -1$.

Пусть $x=-2$

$$\frac{-2}{((-2)+1)((-2)-8)} = \frac{-2}{(-1)(-10)} < 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-1 < x < 0$.

Пусть $x=-0,1$

$$\frac{-0,1}{((-0,1)+1)((-0,1)-8)} = \frac{-0,1}{0,9(-8,1)} > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $0 < x < 8$.

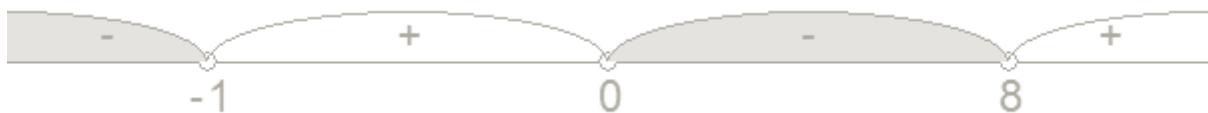
Пусть $x=1$

$$\frac{1}{(1+1)(1-8)} = \frac{1}{2(-7)} < 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 4 : $8 < x$.

Пусть $x=9$

$$\frac{9}{(9+1)(9-8)} = \frac{9}{10 \cdot 1} > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$



ответ: $x < -1; 0 < x < 8$.

$$\frac{5}{x+2} < x-2$$

$$\frac{5}{x+2} - x + 2 < 0$$

ОДЗ.

$$x+2 \neq 0 \quad (1)$$

$$-x+2+\frac{5}{x+2} < 0$$

$$(-x+2)+\frac{5}{x+2} < 0$$

$$\frac{(-x+2)(x+2)}{x+2} + \frac{5}{x+2} < 0$$

$$\frac{(-x+2)(x+2)+5}{x+2} < 0$$

$$\frac{(-x^2+4)+5}{x+2} < 0$$

$$\frac{-x^2+4+5}{x+2}<0$$

$$\frac{-x^2+9}{x+2}<0$$

$$\frac{x^2-9}{x+2}<0$$

$$\frac{x^2-9}{x+2}>0$$

вспомогательные уравнения.

$$(1) x^2-9=0$$

$$(2) x+2=0$$

Уравнение 1 .

$$x^2-9=0$$

$$x^2=9$$

$$x=-3;x=3 \quad .$$

Уравнение 2 .

$$x+2=0$$

$$x=-2$$

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -3$.

Пусть $x = -4$

$$\frac{(-4)^2-9}{(-4)+2} = -3,5 < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-3 < x < -2$.

Пусть $x = -2,1$

$$\frac{(-2,1)^2-9}{(-2,1)+2} = 45,9 > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $-2 < x < 3$.

Пусть $x=0$

$$\frac{0^2-9}{0+2} = -4,5 < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 4 : $3 < x$.

Пусть $x=4$

$$\frac{4^2-9}{4+2} = \frac{7}{6} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$



ответ: $-3 < x < -2; x > 3$.