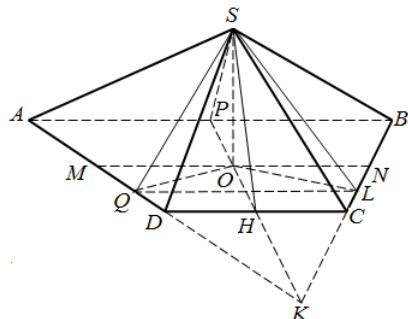


1. В основі піраміди лежить рівнобічна трапеція з основами 18 см і 36 см. Усі бічні грані піраміди нахилені до площини основи під кутом 45 градусів. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

$AB = 36$ см, $CD = 18$ см – основания трапеции. $AD = BC$ – боковые стороны. S – вершина пирамиды $SABCD$, O – её проекция на плоскость основания. Пусть $SO = h$. Проведём $SP \perp AB$, $SH \perp CD$, $SQ \perp AD$ и $SL \perp BC$. $SO \perp ABCD$, значит, высота пирамиды SO перпендикулярна всем сторонам трапеции $ABCD$. По теореме о трёх перпендикулярах $OP \perp AB$, $OH \perp CD$, $OQ \perp AD$.



Поэтому $\angle SPO = \angle SHO = \angle SQO = \angle SLO = 45^\circ$, и т.к. у прямоугольных треугольников SPO , SHO , SQO и SLO – общий катет SO , то эти 4 треугольника равны

между собой и $SP = SH = SQ = SL = h\sqrt{2}$, а $OP = OH = OQ = OL = h$, $PH = 2h$

Т.к. $OP = OH$, то точка O лежит на средней линии MN трапеции $ABCD$, а т.к. трапеция $ABCD$ – равнобочная, то $\angle OMQ = \angle ONL$ и т.к. $OQ = OL$ то прямоугольные треугольники OMQ и ONL равны. Следовательно, $OM = ON$.

$$MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{36 + 18}{2} = 27 \text{ см}, OM = \frac{1}{2}MN = 13,5 \text{ см}.$$

Продолжим AD и BC до пересечения в точке K . Т.к. $CD = \frac{1}{2}AB$, то CD – средняя линия треугольника AKB , и $HK = PH = 2h$. $OK = OH + HK = 3h$. По теореме Пифагора $MK^2 = MO^2 + OK^2 = 13,5^2 + 9h^2$. Из подобных треугольников QOM и OKM :

$$\frac{OQ}{OM} = \frac{OK}{MK} \Leftrightarrow \frac{h}{13,5} = \frac{3h}{\sqrt{13,5^2 + 9h^2}} \Leftrightarrow \sqrt{13,5^2 + 9h^2} = 3 \cdot 13,5 \Rightarrow 13,5^2 + 9h^2 = 9 \cdot 13,5^2;$$

$$9h^2 = 8 \cdot 13,5^2 \Rightarrow 3h = 13,5\sqrt{8} \Rightarrow h = 9\sqrt{2} \text{ см}.$$

Из прямоугольного треугольника DHK по теореме Пифагора

$$DK^2 = HK^2 + DH^2 = 4h^2 + 9^2 = 4 \cdot 81 \cdot 2 + 81 = 9 \cdot 81 \text{ см}^2 \text{ и } DK = 27 \text{ см. Но}$$

$DK = AD = BC$. И т.к. $SP = SH = SQ = SL = h\sqrt{2} = 18$ см, то

$$S_{\text{бок.}} = \frac{AB + CD + AD + BC}{2} \cdot 18 = \frac{36 + 18 + 27 + 27}{2} = 54 \cdot 18 = 972 \text{ см}^2.$$