

$$20\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 - 5\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 + 48\frac{x^2-4}{x^2-1} = 0$$

Отметим ОДЗ.

$$\begin{cases} x+1 \neq 0 & (1) \\ x-1 \neq 0 & (2) \\ x^2-1 \neq 0 & (3) \end{cases}$$

Произведем замену переменных.

$$\text{Пусть } A = \frac{x-2}{x+1}, B = \frac{x+2}{x-1}$$

В результате з.

$$20A^2 - 5B^2 + 48(AB) = 0$$

$$20A^2 - 5B^2 + 48AB = 0$$

$$20A^2 + 48AB - 5B^2 = 0$$

$$20A^2 - 2AB + 50AB - 5B^2 = 0$$

$$(20A^2 - 2AB) + (50AB - 5B^2) = 0$$

$$(10A-B)(2A) + (10A-B)(5B) = 0$$

$$(10A-B)(2A+5B) = 0$$

Следующее уравнение равносильно предыдущему.

$$\left(10\frac{x-2}{x+1} - \frac{x+2}{x-1}\right) \left(2\frac{x-2}{x+1} + 5\frac{x+2}{x-1}\right) = 0$$

Решаем каждую скобку отдельно.

1).

$$10\frac{x-2}{x+1} - \frac{x+2}{x-1} = 0$$

$$\frac{10(x-2)}{x+1} - \frac{x+2}{x-1} = 0$$

$$\frac{10(x-2)(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{(x+2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\frac{10(x-2)(x-1)-(x+2)(x+1)}{(x+1)(x-1)}=0$$

$$\frac{(10x-20)(x-1)-(x^2+x+2x+2)}{(x+1)(x-1)}=0$$

$$\frac{(10x-20)(x-1)-(x^2+3x+2)}{(x+1)(x-1)}=0$$

$$\frac{(10x^2-10x-20x+20)-(x^2+3x+2)}{(x+1)(x-1)}=0$$

$$\frac{(10x^2-30x+20)-(x^2+3x+2)}{(x+1)(x-1)}=0$$

$$\frac{10x^2-30x+20-x^2-3x-2}{(x+1)(x-1)}=0$$

$$\frac{9x^2-33x+18}{(x+1)(x-1)}=0$$

$$\frac{3(3x^2-11x+6)}{(x+1)(x-1)}=0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$3x^2-11x+6=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=(-11)^2-4\cdot 3\cdot 6=49$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{11-7}{2\cdot 3}=\frac{2}{3}; x_2=\frac{11+7}{2\cdot 3}=3$$

2).

$$2\frac{x-2}{x+1}+5\frac{x+2}{x-1}=0$$

$$\frac{2(x-2)}{x+1}+\frac{5(x+2)}{x-1}=0$$

$$\frac{2(x-2)(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{5(x+2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\frac{2(x-2)(x-1) + 5(x+2)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{(2x-4)(x-1) + (5x+10)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{(2x^2 - 2x - 4x + 4) + (5x^2 + 5x + 10x + 10)}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{(2x^2 - 6x + 4) + (5x^2 + 15x + 10)}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{2x^2 - 6x + 4 + 5x^2 + 15x + 10}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{7x^2 + 9x + 14}{(x+1)(x-1)} = 0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$7x^2 + 9x + 14 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 7 \cdot 14 = -311$$

не имеет корней.

$x = \frac{2}{3}$ удовлетворяет ОДЗ.

$x = 3$ удовлетворяет ОДЗ.

ответ: $x = \frac{2}{3}; x = 3$.