

2.11.

Распределение кинетической энергии движения частиц в газе по Максвеллу:

$$f(E) = 2 \sqrt{\frac{E}{\pi(kT)^3}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} ;$$

Ясно, что $\int_0^\infty f(E)dE = 1 = 100\%$, поскольку это полная суммарная вероятность найти все частицы.

Среднее значение, это сумма всех энергий, делённая на количество частиц, т.е. иначе говоря – интеграл распределения энергии, умноженного на саму энергию:

$$\begin{aligned} E_{\text{cp}} &= \int_0^\infty E f(E) dE = \int_0^\infty 2E \sqrt{\frac{E}{\pi(kT)^3}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot dE = -\frac{2}{\sqrt{\pi kT}} \int_0^\infty E \sqrt{E} \cdot d e^{-\frac{E}{kT}} = \\ &= -\frac{2}{\sqrt{\pi kT}} \left(E \sqrt{E} \cdot d e^{-\frac{E}{kT}} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty e^{-\frac{E}{kT}} \cdot d(E \sqrt{E}) \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi kT}} \int_0^\infty \sqrt{E} e^{-\frac{E}{kT}} \cdot dE = \\ &= \frac{3}{2} kT \int_0^\infty 2 \sqrt{\frac{E}{\pi(kT)^3}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot dE = \frac{3}{2} kT \int_0^\infty f(E) dE = \frac{3}{2} kT ; \end{aligned}$$

Итак:

$$E_{\text{cp}} = \frac{3}{2} kT .$$