1. Вычислите:

a) 
$$2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$$
;

Применяем формулу синуса двойного угла

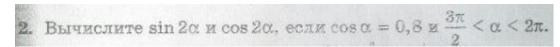
$$2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12} = \sin\left(2\cdot\frac{\pi}{12}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = 0.5$$

$$\cos\frac{\pi}{8} - \sin\frac{\pi}{8} \cos\frac{\pi}{8} + \sin\frac{\pi}{8}$$
 Применяем формулу разности квадратов 
$$\left(\cos\frac{\pi}{8} - \sin\frac{\pi}{8}\right) \left(\cos\frac{\pi}{8} + \sin\frac{\pi}{8}\right) = \cos^2\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8}$$

$$\left(\cos\frac{\pi}{8} - \sin\frac{\pi}{8}\right)\left(\cos\frac{\pi}{8} + \sin\frac{\pi}{8}\right) = \cos^2\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8}$$

Применяем формулу косинуса двойного угла

$$\cos^2\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8} = \cos\left(2\cdot\frac{\pi}{8}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - 0.8^2} = \pm 0.6$$

По условию угол лежит в 4-й четверти. В этой четверти синус отрицателен, поэтому берем полученный результат со знаком минус.

$$\sin \alpha = -0.6$$

Применяя формулу синуса двойного угла, вычисляем

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot (-0.6) \cdot 0.8 = -0.96$$

3. Докажите равенство 
$$\cos 2\alpha = \frac{1-\lg^2\alpha}{1+\lg^2\alpha}$$
, если  $\alpha \neq \frac{\pi}{2}+\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

Выполняем преобразования правой части

$$\frac{1 - tg^2\alpha}{1 + tg^2\alpha} = \frac{1 - \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}{1 + \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}} = \frac{(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)}$$

Исходя из условия

$$\cos^2\alpha \neq 0$$

следовательно, можно сократить на эту величину

$$\frac{(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)} = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}$$

Применяя основное тригонометрическое тождество и формулу косинуса двойного угла, получаем

$$\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{1} = \cos 2\alpha$$

Что и требовалось доказать.

## 4. Вычислите: а) sin 22°30';

Применяем формулу квадрата синуса

$$\sin 22^{0}30' = \sin 22.5^{0} = \sqrt{\frac{1 - \cos(2 \cdot 22.5^{0})}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \cos 45^{0}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} = 0.5\sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

б) cos 15°.

Применяем формулу квадрата косинуса

$$\cos 15^{0} = \sqrt{\frac{1 + \cos(2 \cdot 15^{0})}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \cos 30^{0}}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \cos 30^{0}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = 0.5\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

5. Вычислите 
$$\sin \frac{\alpha}{2}$$
 и  $\cos \frac{\alpha}{2}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{1}{8}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

$$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

Все части неравенства делим на 2

$$\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{3\pi}{4}$$

Угол принадлежит второй четверти, следовательно

$$\sin\frac{\alpha}{2} > 0; \quad \cos\frac{\alpha}{2} < 0$$

Применяем формулу квадрата синуса

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \left(-\frac{1}{8}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} = 0.75$$

Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством

$$\cos\frac{\alpha}{2} = -\sqrt{1 - \sin^2\frac{\alpha}{2}} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = -\sqrt{\frac{16 - 9}{16}} = -\frac{1}{4}\sqrt{7} = -0.75\sqrt{7}$$