Дано уравнение кривой:
4x2 + 9y2 + 32x - 54y + 109 = 0
1. Определить тип кривой.
2. Привести уравнение к каноническому виду и построить кривую в исходной системе координат.
3. Найти соответствующие преобразования координат.
**Решение**.
1. Определение типа кривой.
Приводим квадратичную форму:
B = 4x2 + 9y2
к главным осям, то есть к каноническому виду. Матрица этой квадратичной формы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B = |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| 4 | 0 |
| 0 | 9 |

 |  |

 |  |

Находим собственные числа и собственные векторы этой матрицы:
(4 - λ)x1 + 0y1 = 0
0x1 + (9 - λ)y1 = 0
Характеристическое уравнение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| 4 - λ | 0 |
| 0 | 9 - λ |

 |  |

 | = λ2 - 13λ + 36 = 0 |

λ2 -13 λ + 36 = 0
D=(-13)2 - 4·1·36=25


Исходное уравнение определяет эллипс (λ1 > 0; λ2 > 0)
Вид квадратичной формы:
4x2 + 9y2
Выделяем полные квадраты:
для x1:
4(x12+2·4x1 + 42) -4·42 = 4(x1+4)2-64
для y1:
9(y12-2·3y1 + 32) -9·32 = 9(y1-3)2-81
В итоге получаем:
4(x1+4)2+9(y1-3)2 = 36
Разделим все выражение на 36

4. Параметры кривой.
Полуоси эллипса:
a = 3;b = 2
Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке:
C(-4; 3)
Найдем координаты фокусов F1(-c;0) и F2(c;0), где c - половина расстояния между фокусами

Итак, фокусы эллипса:

С учетом центра, координаты фокусов равны:

Тогда эксцентриситет будет равен:

Вследствие неравенства *c < a* эксцентриситет эллипса меньше 1.

