Дано уравнение кривой:  
4x2 + 9y2 + 32x - 54y + 109 = 0  
1. Определить тип кривой.  
2. Привести уравнение к каноническому виду и построить кривую в исходной системе координат.  
3. Найти соответствующие преобразования координат.  
**Решение**.  
1. Определение типа кривой.  
Приводим квадратичную форму:  
B = 4x2 + 9y2  
к главным осям, то есть к каноническому виду. Матрица этой квадратичной формы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B = | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 4 | 0 | | 0 | 9 | |  | |  |

Находим собственные числа и собственные векторы этой матрицы:  
(4 - λ)x1 + 0y1 = 0  
0x1 + (9 - λ)y1 = 0  
Характеристическое уравнение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 4 - λ | 0 | | 0 | 9 - λ | |  | | = λ2 - 13λ + 36 = 0 |

λ2 -13 λ + 36 = 0  
D=(-13)2 - 4·1·36=25  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lambda%20_%7b1%7d%20=%20\frac%7b-(-13)%2B5%7d%7b2\cdot%201%7d%20=%209  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lambda%20_%7b2%7d%20=%20\frac%7b-(-13)-5%7d%7b2\cdot%201%7d%20=%204  
Исходное уравнение определяет эллипс (λ1 > 0; λ2 > 0)  
Вид квадратичной формы:  
4x2 + 9y2  
Выделяем полные квадраты:  
для x1:  
4(x12+2·4x1 + 42) -4·42 = 4(x1+4)2-64  
для y1:  
9(y12-2·3y1 + 32) -9·32 = 9(y1-3)2-81  
В итоге получаем:  
4(x1+4)2+9(y1-3)2 = 36  
Разделим все выражение на 36  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b1%7d%7b9%7d(x_%7b1%7d%2B4)%5e%7b2%7d%2B\frac%7b1%7d%7b4%7d(y_%7b1%7d-3)%5e%7b2%7d%20=%201  
4. Параметры кривой.  
Полуоси эллипса:  
a = 3;b = 2  
Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке:  
C(-4; 3)  
Найдем координаты фокусов F1(-c;0) и F2(c;0), где c - половина расстояния между фокусами  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=c%20=%20\sqrt%7ba%5e%7b2%7d%20-%20b%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b9%20-%204%7d%20=%20\sqrt%7b5%7d%20\approx%20%202.24  
Итак, фокусы эллипса:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=F_%7b1%7d(-\sqrt%7b5%7d;0),%20F_%7b2%7d(\sqrt%7b5%7d;0).  
С учетом центра, координаты фокусов равны:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=F_%7b1%7d(-\sqrt%7b5%7d%2B(-4);3),%20F_%7b2%7d(\sqrt%7b5%7d%2B(-4);3).  
Тогда эксцентриситет будет равен:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20\frac%7bc%7d%7ba%7d%20=%20\frac%7b\sqrt%7b5%7d%7d%7b3%7d%20\approx%20%200.75  
Вследствие неравенства *c < a* эксцентриситет эллипса меньше 1.

