***A(0; 1.73205),  
B(2; 1.73205),  
C(1.5; 0.86603)***

**Вычисление параметров треугольника по координатам его вершин**

Положим

**1)** Вычислим **длины сторон**:

Периметр: http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bP=|AB|+|AC|+|BC|=2+1.732+1\approx4.732\,.%7d

Полупериметр: http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bp=\frac%7bP%7d%7b2%7d=\frac%7b4.732%7d%7b2%7d\approx2.366\,.%7d

**2)** Составим **уравнения сторон**:

Угловые коэффициенты уравнений сторон:

**3)** Составим **систему линейных неравенств, определяющих треугольник**. Для определения знаков неравенств в левую часть каждого из уравнений сторон подставим координаты противоположной вершины, которая гарантированно принадлежит соответствующей полуплоскости:

– точку http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bC(1.5;0.86603)%7d в уравнение http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bAB\colon\,0\cdot1.5+2\cdot0.866+(-3.464)=-1.732%3C0\,,%7d

– точку http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bB(2;1.73205)%7d в уравнение http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bAC\colon\,0.866\cdot2+1.5\cdot1.732+(-2.598)=1.732%3E0\,,%7d

– точку http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA(0;1.73205)%7d в уравнение http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bBC\colon\,0.866\cdot0+(-0.5)\cdot1.732+(-0.866)=-1.732%3C0\,.%7d

Итак, запишем искомую систему неравенств:

**4)** Составим **уравнения прямых, проходящих через вершины http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA,\,B,\,C%7d параллельно противолежащим сторонам**http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bBC,\,AC,\,AB%7dсоответственно:

**5)** Вычислим **внутренние углы** по теореме косинусов:

**6)** Вычислим **площадь треугольника**:

**7)** Найдем **центроид** (точка пересечения медиан):

**8)** Найдем **основания медиан** (точки пересечения медиан со сторонами). Пусть http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA_1,\,B_1,\,C_1%7d — точки пересечения медиан, проведённых из вершин http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA,\,B,\,C%7d соответственно, со сторонами http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bBC,\,AC,\,AB%7d соответственно. Тогда

**9)** Вычислим **длины медиан**:

**10)** Составим **уравнения медиан**:

**11)** Вычислим **длины средних линий**:

**12)** Составим **уравнения средних линий**:

**13)** Вычислим **длины высот**. Пусть http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA_2,\,B_2,\,C_2%7d — точки, лежащие на сторонах (или их продолжениях) треугольника, на которые опущены высоты из вершин http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA,\,B,\,C%7d соответственно. Тогда, по известной формуле, имеем:

**14)** Составим **уравнения высот**:

**15)** Найдём точки **основания высот** (проекции вершин на противолежащие стороны или их продолжения):

– координаты http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bx_%7bA_2%7d,y_%7bA_2%7d%7d проекции http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA_2%7d вершины http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA%7d на сторону http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bBC%7d найдём как точку пересечения  
высоты http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bAA_2%7d и стороны http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bBC%7d, то есть из системы их уравнений

– координаты http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bx_%7bB_2%7d,y_%7bB_2%7d%7d проекции http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bB_2%7d вершины http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bB%7d на сторону http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bAC%7d найдём как точку пересечения  
высоты http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bBB_2%7d и стороны http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bAC%7d, то есть из системы их уравнений

– координаты http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bx_%7bC_2%7d,y_%7bC_2%7d%7d проекции http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bC_2%7d вершины http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bC%7d на сторону http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bAB%7d найдём как точку пересечения  
высоты http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bCC_2%7d и стороны http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bAB%7d, то есть из системы их уравнений

**16)** Найдём **точки пересечения биссектрис со сторонами**. Пусть http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA_3,\,B_3,\,C_3%7d — точки пересечения биссектрис, проходящих через вершины http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA,\,B,\,C%7d соответственно, со сторонамиhttp://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bBC,\,AC,\,AB%7d соответственно. Тогда, так как биссектриса внутреннего угла треугольника делит противоположную сторону в отношении, равном отношению двух прилежащих сторон (теорема о биссектрисе), и используя формулы для нахождения координат точки, делящей отрезок в данном отношении, имеем:

**17)** Вычислим **длины биссектрис**:

**18)** Составим **уравнения внутренних биссектрис**:

**19)** Составим **уравнения серединных перпендикуляров**, которые, как известно, проходят через основания медиан http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA_1,\,B_1,\,C_1%7d и центр описанной окружности http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bO_2\colon%7d

для стороны http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bAB%7d имеем

для стороны http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bAC%7d имеем

для стороны http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bBC%7d имеем

**20)** Найдём параметры **описанной окружности** и составим её уравнение:

радиус http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bR=\frac%7b|AB|\cdot|AC|\cdot|BC|%7d%7b4\cdot%20S%7d=\frac%7b2\cdot1.732\cdot1%7d%7b4\cdot0.866%7d\approx1\,;%7d

так как центр http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bO_2(x_%7b%7b%7d_%7bO_2%7d%7d;\,y_%7b%7b%7d_%7bO_2%7d%7d)%7d описанной окружности http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bO_2R%7d — точка пересечения серединных перпендикуляров, то, следовательно, его координаты можно найти из системы уравнений http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7bA_1O_2,\,B_1O_2\colon%7d

уравнение

**21)** Найдём параметры **вписанной окружности** и составим её уравнение:

радиус http://www.turpion.org/mathtex/mathtex.cgi?\usepackage%5busenames%5d%7bcolor%7d\gammacorrection%7b1.5%7d\dpi%7b130%7d%7br=\frac%7bS%7d%7bp%7d=\frac%7b0.866%7d%7b2.366%7d=0.366\,;%7d

центр

уравнение