$$\left(2-\frac{x^2+2x}{3}\right)\left(4-\frac{x^2+2x}{3}\right)=3$$

$$\left(2-\frac{x^2+2x}{3}\right)\left(4-\frac{x^2+2x}{3}\right)-3=0$$

Произведем замену переменных.

Пусть $t=\frac{x^2+2x}{3}$

получаем вспомогательное уравнение.

$$(2-t)(4-t)-3=0$$

$$\left(t^2-4t-2t+8\right)-3=0$$

$$t^2-6t+8-3=0$$

$$t^2-6t+5=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 5=16$$

$$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$t_1=\frac{6-4}{2\cdot 1}=1$;$t_2=\frac{6+4}{2\cdot 1}=5$

исходное уравнение сводится к уравнениям

$\frac{x^2+2x}{3}=1$

$\frac{x^2+2x}{3}=5$

уравнение 1 .

$$\frac{x^2+2x}{3}=1$$

$$x^2+2x=3$$

$$x^2+2x-3=0$$

$$D=b^2-4ac=2^2-4\cdot 1(-3)=16$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{-2-4}{2\cdot 1}=-3\ ;x_2=\frac{-2+4}{2\cdot 1}=1$$

уравнение 2 .

$$\frac{x^2+2x}{3}=5$$

$$x^2+2x=3\cdot 5$$

$$x^2+2x=15$$

$$x^2+2x-15=0$$

$$D=b^2-4ac=2^2-4\cdot 1(-15)=64$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{-2-8}{2\cdot 1}=-5\ ;x_2=\frac{-2+8}{2\cdot 1}=3$$

ответ: $x=-5;x=-3;x=1;x=3$.