

$$\lg(x-1)+\lg(x+1)=0$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} x+1>0 \\ x-1>0 \\ \lg(x-1)+\lg(x+1)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-1 \\ x>1 \\ \lg(x-1)+\lg(x+1)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>1 \\ \lg(x-1)+\lg(x+1)=0 \end{cases}$$

$$\lg(x-1)+\lg(x+1)=0$$

$$\lg(x-1)+\lg(x+1)=\lg(1)$$

$$\lg((x-1)(x+1))=\lg(1)$$

$$(x-1)(x+1)=1$$

$$\begin{cases} x>1 \\ (x-1)(x+1)=1 \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$(x-1)(x+1)=1$$

$$(x-1)(x+1)-1=0$$

$$(x^2-1)-1=0$$

Раскрываем скобки.

$$x^2-1-1=0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x = -\sqrt{2}; x = \sqrt{2}$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .

$$\begin{cases} x > 1 \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

нет решений

Случай 2 .

$$\begin{cases} x > 1 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Окончательный ответ: $x = \sqrt{2}$